优质大题

17. (1)(2022 山西黑白卷)计算：$-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+4\sin30°+|-2|+(\pi-1)^{0}$；

(2)(2022 陕西黑白卷)解方程：$\frac{18}{x^{2}-36}+\frac{x}{x+6}=1$；

(3)(2022 广东黑白卷)解不等式组$\begin{cases}x+7\geqslant5(x-1)\\ \frac{2x}{3}>-2\end{cases}$.

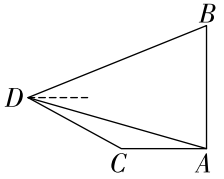
万唯中考

18. (2022 **广东黑白卷**)先化简,再求值:$\left(1-\frac{a-1}{a+3}\right)\div\frac{a^2-9}{a^2+6a+9}$,其中 $a=\sqrt{5}+3$.

万唯中考

19. (2022 **重庆黑白卷**)学习了三角函数的相关知识后,小明想要测量自己家旁边一座大楼 AB 的高度,如图,小明从楼底 A 出发沿水平方向行走到达点 C,再沿坡度为 $i=1:2.4$ 的斜坡行走 78 米到达点 D,小明在 D 处测得楼底点 A 处的俯角为 13°,楼顶最高处 B 的仰角为 22°,

已知 AB 所在直线与 AC 所在直线垂直，点 A，B，C，D 在同一平面内，则 AB 的高度约为多少米？（结果精确到 1 米，参考数据：$\sin 13° \approx 0.22$，$\cos 13° \approx 0.97$，$\tan 13° \approx 0.23$，$\sin 22° \approx 0.37$，$\cos 22° \approx 0.93$，$\tan 22° \approx 0.40$）



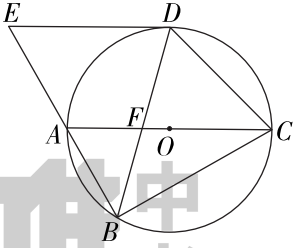
第 19 题图

万唯中考

20. (2022 云南黑白卷) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AC 是 $\odot O$ 的直径, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线, 交 AC 于点 F, 交 $\odot O$ 于点 D, 过点 D 作 $DE /\!/ AC$, 交 BA 的延长线于点 E, 连接 CD.

(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 当 $AF=2$, $DF=2\sqrt{2}$ 时, 求 BC 的长.



第 20 题图

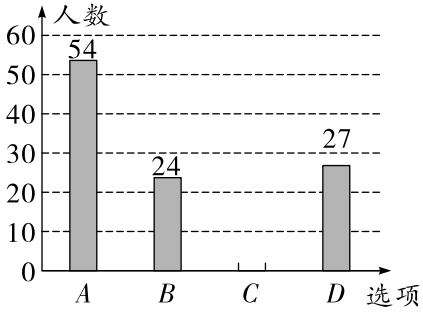
21. (2022 **山西黑白卷**)《“带动三亿人参与冰雪运动”实施纲要(2018-2022 年)》提出,大力推广普及群众性冰雪运动,助力建设“健康中国”,北京冬奥会的成功举办已实现了“带动三亿人参与冰雪运动”的目标,某中学也积极响应了此号召,推进“冰雪运动进校园”,发挥冰雪项目的育人功能,现就“学生冰雪项目的喜好”问题在全校随机抽取部分学生进行了问卷调查. 具体问卷如下:

问　卷

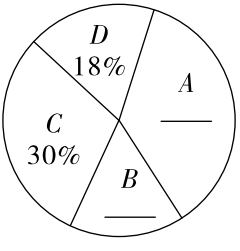
在以下四个选项中,你最喜欢的冰雪运动项目是(必选且只能选一项)　　(　　)

A. 滑冰　　*B*. 滑雪　　*C*. 冰壶　　*D*. 冰球

将调查结果绘制成如图所示不完整的统计图.



图①



图②

第 21 题图

请根据统计图中提供的信息,解答下列问题:

(1)本次抽取样本的样本容量为_____;

(2)请补全条形统计图和扇形统计图;

(3)已知该校七年级学生有 500 名,八年级学生有 520 名,九年级学生有 480 名,若你是调查组的成员,为了使调查的数据更具有科学性,应该怎样发放调查问卷?

(4)若该校被教育部授予“校园冰雪运动特色学校”,并打造了冰雪运动长廊,展示历届冬奥会会徽、吉祥物、比赛项目和获奖情况等内容,小阳作为志愿者参与冰雪运动长廊的讲解任务,小天将 5 个比赛项目的图标制成了编号为 A,B,C,D,E 的卡片(除编号和内容外,其余完全相同),并将这 5 张卡片背面朝上,洗匀放好,让小阳随机抽取两张进行讲解,请你用列表或画树状图的方法求小阳抽到的两张卡片恰好是“A. 冰球”和“D. 高山滑雪”的概率.

A. 冰球　B. 冰壶　C. 速度滑冰　D. 高山滑雪　E. 短道速滑

22. (2022 **云南黑白卷**)“双减”政策实施以后,学生有了更多时间体验生活,了解其他知识. 为了丰富学生的课外生活,某校计划购买 A,B 两种课外读物,现有甲、乙两个书店的销售方案如下(A,B 两种课外读物在甲、乙两个书店的销售单价一样):

甲书店的销售方案:一律按原价的八折结算. 下面是两名学生在甲书店购买 A,B 两种课外读物的购买数量和支付金额:

	A 种课外读物数量	B 种课外读物数量	支付金额
学生 1	40	30	720
学生 2	30	20	520

乙书店的销售方案:原价总金额不超过 150 元,按原价结算. 原价总金额超过 150 元,超过的部分打七折.

设购买 A 种课外读物 x 本,甲、乙两家店的实际支付的金额分别为 y_1 元,y_2 元.

(1) 求 A,B 两种课外读物的单价分别是多少元?

(2)若购买 A,B 两种课外读物的数量相同,请分别写出 y_1,y_2 与 x 之间的函数关系式,若当购买 A 种课外读物多于 20 本时,选用哪种方案更省钱.

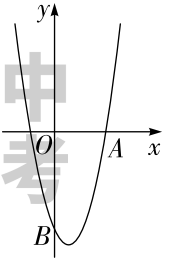
万唯中考

23. (2022 **河南黑白卷**) 如图,抛物线 $y=x^2+bx+c$ 交 x 轴于点 $A(4,0)$,交 y 轴于点 $B(0,-8)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 当 $t\leqslant x\leqslant t+2$ 时,y 的最小值为 -1,求 t 的值;

(3) 记抛物线上点 A,B 之间(含点 A,B)的部分为图象 U,若直线 $y=x+m$ 与图象 U 只有一个交点,请直接写出 m 的取值范围.

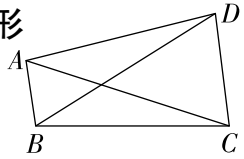


第 23 题图

24. (2022 **河南黑白卷**) 请仔细阅读下列材料,并完成相应任务.

等角线四边形

如图①,在四边形 $ABCD$ 中,如果对角线 AC 和 BD 相交并且相等,那么我们把这样的四边形 $ABCD$ 称为等角线四边形.



第 24 题图①

任务一:

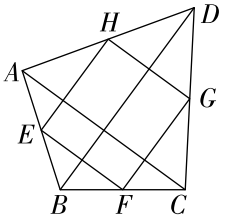
(1) 在"平行四边形、正方形、菱形"中,_____一定是等角线四边形(填写图形名称);

(2) 如图②,若点 E,F,G,H 分别是四边形 $ABCD$ 的边 AB,BC,CD,DA 的中点,当对角线 $AC\perp BD$ 时,求证:四边形 $EFGH$ 是等角线四边形;

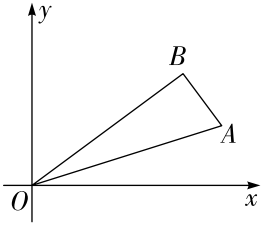
任务二:应用

(3) 如图③,在平面直角坐标系 xOy 中,$\triangle AOB$ 的顶点 O 在原点上,$\angle OBA=90°$,点 B 的坐标为 $(4,3)$,且 $OB=3AB$,点 M 为线段 OB 的三等分点,点 N 为平面内一点,当四边形 $ABMN$ 为等角线四边形,且一组对边相等时,请直接写

出此时点 N 的坐标.



图②



图③

第 24 题图

万唯中考

参考答案及解析

17. **解：**(1)原式$=-2+4\times\frac{1}{2}+2+1$

$=3$；

(2)去分母，得 $18+x(x-6)=x^2-36$，

$18+x^2-6x=x^2-36$，

$-6x=-54$，

$x=9$，

检验：当 $x=9$ 时，$x^2-36\neq0$，

$\therefore x=9$ 是原分式方程的根；

(3)解不等式 $x+7\geqslant5(x-1)$，得 $x\leqslant3$，

解不等式$\frac{2x}{3}>-2$，得 $x>-3$，

$\therefore$ 不等式组的解集为$-3<x\leqslant3$.

18. **解：**原式$=\left(\frac{a+3}{a+3}-\frac{a-1}{a+3}\right)\cdot\frac{(a+3)^2}{(a+3)(a-3)}$

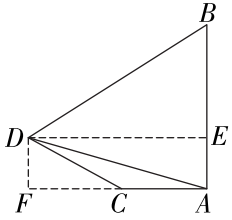
$=\frac{a+3-(a-1)}{a+3}\cdot\frac{a+3}{a-3}$

$=\frac{4}{a+3}\cdot\frac{a+3}{a-3}$

$=\frac{4}{a-3}$，

当 $a=\sqrt{5}+3$ 时,原式 $=\dfrac{4}{\sqrt{5}+3-3}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$.

19. **解:**如解图,过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E,作 $DF\perp AC$ 交 AC 的延长线于点 F,设 DF 长为 x 米.



第 19 题解图

由题意可知四边形 $AEDF$ 为矩形,

$\because$ 斜坡 CD 的坡度为 $i=1:2.4$,$CD=78$(米),

$\therefore CF=2.4x$(米),

在 Rt$\triangle CDF$ 中,由勾股定理得,$x^2+(2.4x)^2=78^2$,解得 $x=30$(负值已舍去),

$\therefore DF=AE=30$(米),

$\therefore \tan\angle EDA=\dfrac{AE}{DE}=\dfrac{30}{DE}=\tan 13^\circ\approx 0.23$,

$\therefore DE\approx 130.4$(米),

$\therefore \tan\angle EDB=\dfrac{BE}{DE}=\dfrac{BE}{130.4}=\tan 22^\circ\approx 0.40$,

$\therefore BE\approx 52.2$(米),

$\therefore AB=AE+BE=30+52.2\approx 82$(米).

答：AB 的高度约为 82 米.

20. (1)**证明：**如解图，连接 OD，

$\because AC$ 是$\odot O$ 的直径，$\therefore \angle ABC=90°$，

$\because BD$ 是$\angle ABC$ 的平分线，

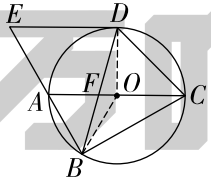
$\therefore \angle CBD=45°$，$\therefore \angle DOC=2\angle CBD=90°$，

$\because DE/\!/AC$，

$\therefore \angle EDO=\angle DOC=90°$，即 $OD\perp DE$，

$\because OD$ 是$\odot O$ 的半径，

$\therefore DE$ 是$\odot O$ 的切线；



第 20 题解图

(2)**解：**$\because \angle AFB=\angle DFC$，$\angle BAF=\angle CDF$，

$\therefore \triangle BAF\backsim\triangle CDF$，$\therefore \dfrac{AF}{DF}=\dfrac{AB}{DC}$，

$\because AF=2$，$DF=2\sqrt{2}$，

$\therefore \dfrac{AB}{DC}=\dfrac{2}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore CD=\sqrt{2}AB$，

$\because OD=OC$，$\angle DOC=90°$，

$\therefore$ 在 Rt$\triangle DOC$ 中，$CD=\sqrt{2}OD$，$\therefore AB=OD$，

如解图,连接 OB,$\because OA=OB$,

$\therefore \triangle AOB$ 为等边三角形,$\angle AOB=60°$,

$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=30°$,

在 $\mathrm{Rt}\triangle DOF$ 中,$OF^2+OD^2=DF^2$,

设 $OD=x$,则 $(x-2)^2+x^2=(2\sqrt{2})^2$,解得 $x=1+\sqrt{3}$ 或 $x=1-\sqrt{3}$(舍),

$\therefore OD=AB=1+\sqrt{3}$,

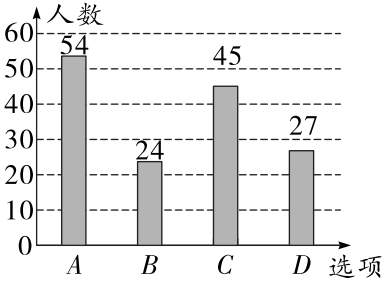
$\because \angle ABC=90°$,

$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$BC=\sqrt{3}AB=\sqrt{3}(1+\sqrt{3})=\sqrt{3}+3$.

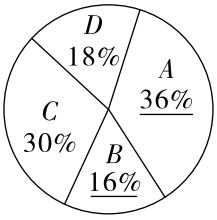
21. **解:**(1)150;

【解法提示】$27\div18\%=150$.

(2)补全条形统计图和扇形统计图如解图;



第 21 题解图①



第 21 题解图②

(3)按比例在每个年级分别随机抽取学生发放问卷,

∵ 总人数为 $500+520+480=1500$(名),

∴ 七年级可发放 $150\times\frac{500}{1500}=50$(份);

八年级可发放 $150\times\frac{520}{1500}=52$(份);

九年级可发放 $150\times\frac{480}{1500}=48$(份);

(4)列表如下:

	A	B	C	D	E
A		(A,B)	(A,C)	(A,D)	(A,E)
B	(B,A)		(B,C)	(B,D)	(B,E)
C	(C,A)	(C,B)		(C,D)	(C,E)
D	(D,A)	(D,B)	(D,C)		(D,E)
E	(E,A)	(E,B)	(E,C)	(E,D)	

由列表可知,共有 20 种等可能的情况,其中抽到“A. 冰球”和“D. 高山滑雪”的情况有 2 种,

$\therefore P$(小阳抽到的两张卡片恰好是“A. 冰球”和“D. 高山滑雪”)$=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$.

22. **解:**(1)设 A 种课外读物的单价为 m 元,B 种课外读物的单价为 n 元,

根据题意得:$\begin{cases}0.8\times(40m+30n)=720\\0.8\times(30m+20n)=520\end{cases}$,

解得$\begin{cases}m=15\\n=10\end{cases}$,

$\therefore A$ 种课外读物的单价为 15 元,B 种课外读物的单价为 10 元;

(2)①甲书店:$y_1=0.8(15x+10x)=20x$;

乙书店:$15x+10x=25x$,$25x>150$,则 $x>6$,

当 $x\leqslant 6$ 时,$y_2=25x$,

当 $x>6$ 时,$y_2=150+0.7(15x+10x-150)=17.5x+45$;

$\therefore y_2=\begin{cases}25x(x\leqslant 6)\\175x+45(x>6)\end{cases}$;

②当 $20x>17.5x+45$ 时,解得 $x>18$,

$\therefore$ 购买 A 种课外读物数量 $x>18$ 时,选择乙书店比较省钱;

$\because$ 购买 A 种课外读物多于 20 本,

$\therefore x>20$,

$\therefore$ 选择乙书店更省钱.

23. 解:(1)$\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过 $A(4,0)$, $B(0,-8)$,

$\therefore \begin{cases}16+4b+c=0\\c=-8\end{cases}$,解得$\begin{cases}b=-2\\c=-8\end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-8$;

(2)**【思维教练】**由(1)可得抛物线在 $x=1$ 处取得最小值,故对 t 的取值范围分两种情况进行讨论:①$t+2<1$,即 $t<-1$;②$t>1$.

由(1)可得,抛物线的对称轴为直线 $x=1$,

$\because a=1>0$,

$\therefore$ 当 $x>1$ 时,y 随 x 的增大而增大,

当 $x<1$ 时,y 随 x 的增大而减小,

由(1)可得,当 $x=1$ 时,y 取得最小值为-9,

$\therefore$ 当 $t\leqslant x\leqslant t+2$ 时,y 的最小值为-1,分两种情况进行讨论:

①当 $t+2<1$,即 $t<-1$ 时,

此时 y 在 $x=t+2$ 处取得最小值,

则$(t+2)^2-2(t+2)-8=-1$,

解得 $t=2\sqrt{2}-1$(舍去)或 $t=-2\sqrt{2}-1$.

②当 $t>1$ 时,此时 y 在 $x=t$ 处取得最小值,

则 $t^2-2t-8=-1$,

解得 $t=1+2\sqrt{2}$ 或 $t=1-2\sqrt{2}$(舍去).

综上所述,t 的值为 $-2\sqrt{2}-1$ 或 $1+2\sqrt{2}$;

(3)【**思维教练**】分别求出直线 $y=x+m$ 在点 A,B 处时 m 的值,结合函数图象即可得到 m 的一个取值范围,再联立二次函数与直线的解析式,利用根的判别式得到 m 的另外一个取值.

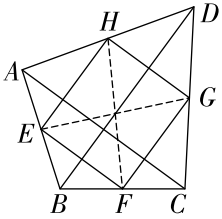
m 的取值范围 $-8<m\leqslant-4$ 或 $m=-\frac{41}{4}$.

【**解法提示**】当直线 $y=x+m$ 经过点 A 时,可求得 $m=-4$,当直线 $y=x+m$ 经过点 B 时,可求得 $m=-8$,当直线 $y=x+m$ 与图象 U 只有一个公共点时,联立 $\begin{cases}y=x^2-2x-8\\y=x+m\end{cases}$,得 $x^2-3x-8-m=0$,

则 $(-3)^2-4\cdot(-8-m)=0$,解得 $m=-\frac{41}{4}$,∴ 当直线 $y=x+m$ 与图象 U 只有一个交点时,m 的取值范围为 $-8<m\leqslant-4$ 或 $m=-\frac{41}{4}$.

24. (1)**解**:正方形;

(2)**证明**:如解图①,连接 GE,FH,



第 24 题解图①

$\because$ 点 G,H 分别是 CD,DA 的中点,

$\therefore$ GH 是$\triangle ACD$ 的中位线,

$\therefore$ $GH /\!/ AC$,$GH=\frac{1}{2}AC$.

同理可证 $EF /\!/ AC$,$EF=\frac{1}{2}AC$,

$\therefore$ $EF=GH$,$EF /\!/ GH$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

$\because$ E,H 分别是 AB,DA 的中点,

$\therefore$ $EH /\!/ BD$.

$\because$ $AC \perp BD$,$\therefore$ $EF \perp EH$,

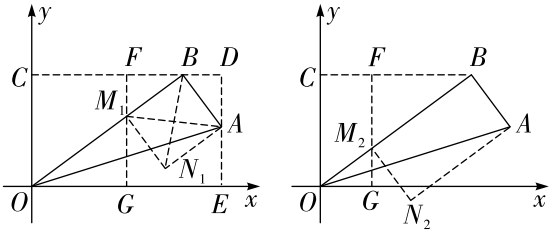
$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形,$\therefore$ $EG=FH$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是等角线四边形;

(3) 点 N 的坐标为$(\frac{11}{3},\frac{2}{3})$或$(\frac{7}{3},-\frac{1}{3})$.

【解法提示】分两种情况：①如解图②，当 $OM_1=2BM_1$ 时，过点 A 作 $DE/\!/y$ 轴交 x 轴于点 E，过点 B 作 $CD/\!/x$ 轴交 y 轴于点 C，交 DE 于点 D，过点 M_1 作 $FG\perp CD$ 交 CD 于点 F，交 x 轴于点 G，连接 AM_1，BN_1，则四边形 $COED$ 和四边形 $DFGE$ 均为矩形. $\because$ 四边形 ABM_1N_1 为等角线四边形，且一组对边相等，$\therefore AM_1=N_1B$，$BM_1=M_1B$，令 $AB=M_1N_1$，$\therefore \triangle ABM_1\cong\triangle N_1M_1B$，$\therefore \angle N_1M_1B=\angle ABM_1=90°$，$\therefore AB/\!/M_1N_1$，$\therefore$ 四边形 ABM_1N_1 为矩形，$\because OB=3AB$，$\therefore AB=BM_1$，$\therefore$ 四边形 ABM_1N_1 为正方形，即此时四边形 ABM_1N_1 为等角线四边形，且一组对边相等. $\because B(4,3)$，$\therefore DE=OC=3$，$BC=4$. 易证 $\triangle BFM_1\backsim\triangle BCO$，$\therefore \dfrac{BF}{BC}=\dfrac{FM_1}{CO}=\dfrac{BM_1}{BO}=\dfrac{1}{3}$，$\therefore FM_1=1$，$BF=\dfrac{4}{3}$，$M_1G=2$，易证 $\triangle BFM_1\cong\triangle ADB$，$\therefore AD=BF=\dfrac{4}{3}$，$BD=FM_1=1$，$\therefore OE=CD=5$，$\therefore OG=CF=CD-DF=\dfrac{8}{3}$，$\therefore$ 点 M_1 的坐

标为$(\frac{8}{3},2)$. $\because AE=DE-AD=3-\frac{4}{3}=\frac{5}{3}$, $\therefore$ 点 A 的坐标为$(5,\frac{5}{3})$. 由坐标平移可知,点 N_1 的坐标为$(\frac{11}{3},\frac{2}{3})$;②如解图③,当 $BM_2=2OM_2$ 时,过点 B 作 $BC/\!/x$ 轴交 y 轴于点 C,过点 M_2 作 $FG\perp BC$,交 BC 于点 F,交 x 轴于点 G, $\because B(4,3)$, $\therefore OC=3$, $BC=4$. $\because OB=3AB$, $\therefore OM_2=AB$,同①理可得,当四边形 ABM_2N_2 为矩形时,四边形 ABM_2N_2 为等角线四边形,且一组对边相等,易证 $\triangle BFM_2\backsim\triangle BCO$, $\therefore \frac{BF}{BC}=\frac{FM_2}{CO}=\frac{BM_2}{BO}=\frac{2}{3}$, $\therefore FM_2=2$, $M_2G=1$, $OG=\frac{4}{3}$, $\therefore$ 点 M_2 的坐标为$(\frac{4}{3},1)$,由坐标平移可知,点 N_2 的坐标为$(\frac{7}{3},-\frac{1}{3})$. 综上所述,点 N 的坐标为$(\frac{11}{3},\frac{2}{3})$或$(\frac{7}{3},-\frac{1}{3})$.



图②　　图③

第 24 题解图

【**难点突破**】本题的难点在于第(3)问,由于点 M 的位置不确定,故需分两种情况进行讨论:①$OM_1=2BM_1$;②$BM_2=2OM_2$.

万唯中考