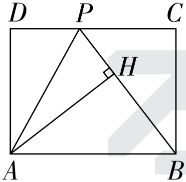
新增题型　动态几何函数综合题

类型一　动态几何函数性质探究题

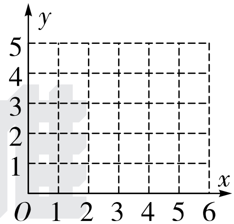
1. 如图①，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=3$. P 是 CD 边上的动点，连接 AP，BP，过点 A 作 $AH\perp BP$ 于点 H. 设 BP 的长度为 x，AH 的长度为 y.

(1)求 y 与 x 的函数关系式，并在图②中画出 y 关于 x 的函数图象；

(2)若点 E 是 BP 的中点，连接 CE. 当 $AH>2CE$ 时，求 x 的取值范围.



图①



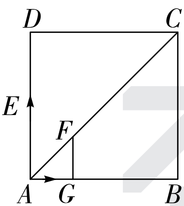
图②

第 1 题图

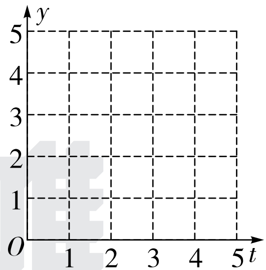
2. 如图①,正方形 $ABCD$ 的边长为 4,动点 E 从点 A 出发,以每秒 2 个单位的速度沿 $A \to D \to A$ 运动,动点 G 从点 A 出发,以每秒 1 个单位的速度沿 $A \to B$ 运动,当有一个点到达终点时,另一点随之也停止运动. 过点 G 作 $FG \perp AB$ 交 AC 于点 F. 设运动时间为 t(单位:秒),$DE = y_1$,$FG = y_2$.

(1)求 y_1,y_2 关于 t 的函数解析式,并在图②的平面直角坐标系中,画出 y_1,y_2 的函数图象;

(2)求当 t 为何值时,四边形 $DEGF$ 是平行四边形.



图①



图②

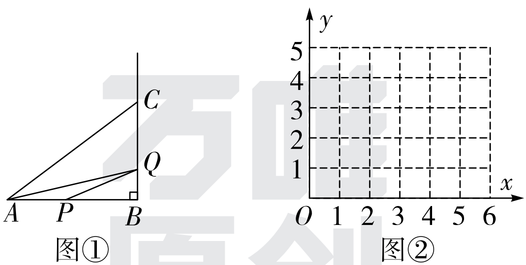
第 2 题图

3. 如图①,在△ABC 中,∠$ABC=90°$,$AB=4\text{cm}$,$BC=3\text{cm}$. 点 P 从点 A 出发,以 2cm/秒的速度沿折线 $A\to B\to C$ 运动,当它到达点 C 时停止;同时点 Q 从点 B 出发,以 1cm/秒的速度沿射线 BC 运动. 设点 P 运动的时间为 x(秒),△APQ 的面积为 $y_1(\text{cm}^2)$.

(1)求 y_1 与 x 的函数关系式及对应的自变量 x 的取值范围;

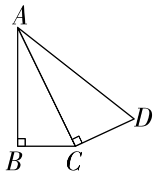
(2)在如图②的平面直角坐标系中画出 y_1 的函数图象,并写出函数 y_1 的一条性质;

(3)若 y_1 与 x 的函数图象与直线 $y_2=-x+n$ 有两个交点,求 n 的取值范围.

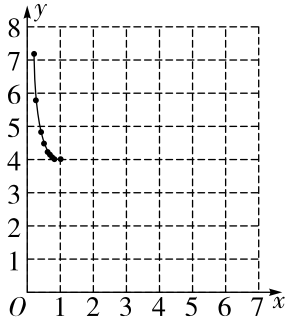


第 3 题图

4. 如图①,在四边形 $ABCD$ 中,对角线 AC 平分 $\angle BAD$,$\angle B=\angle ACD=90°$,$AC-AB=1$. 为了研究图中线段之间的数量关系,设 $AB=x$,$AD=y$.



图①



图②

第 4 题图

(1) y 关于 x 的函数表达式为 $y=$________;

(2) 在如图②的平面直角坐标系中,已画出 y 关于 x 的部分图象,请根据下列表格中 x 与 y 的几组对应值,通过描点、连线,补全 y 关于 x 的图象;

x	1.5	2	3	4	5
y	4.2	4.5	5.3	6.3	7.2

(3) 结合函数图象,解决问题:

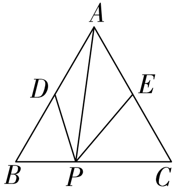
①写出该函数的一条性质:________;

②结合函数图象估计 $AB+AD$ 的最小值为________.(结果精确到 0.1)

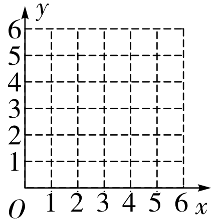
5. 如图①,在等边△ABC 中,D,E 分别是 AB,AC 边的中点,$BC=6$,点 P 为 BC 边上的一个动点,连接 PA,PD,PE.

小谦根据学习函数的经验,对线段 PB,PD,PE 之间的关系进行了探究.

下面是小谦的探究过程,请补充完整:



图①



图②

第 5 题图

(1)对于点 P 在 BC 上的不同位置,经过画图、测量,分别得到了线段 PB,PD,PE 的长度的几组对应值如下:

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8	位置 9	位置 10
PB	0	0.71	1.16	1.61	2.12	2.67	3	3.6	4.58	5.13
PD	3	2.71	2.62	2.6	2.67	2.85	a	3.34	4.03	4.47
PE	5.2	4.59	4.23	3.88	3.53	3.18	3	2.75	2.6	2.67

上表中 a 的值为________;

(2)在 PB,PD,PE 的长度这三个量中,确定 PB 的长度是自变量 x,PD 的长度 y_1 和 PE 的长度 y_2 都是这个自变量 x 的函数,如图②,在同一个平面直角坐标系中,描出表中各组数值所对应的点(x,y_1)和(x,y_2),并分别画出函数 y_1 和 y_2 关于 x 的图象;

(3)当△PEC 为直角三角形时,直接写出线段 PD 的值.

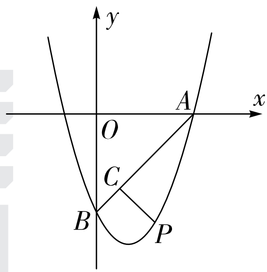
类型二　动态几何二次函数综合题

1. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx-3$ 与 x 轴正半轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，且经过点 $(-2,5)$，抛物线的对称轴为直线 $x=1$.

(1)求抛物线的解析式；

(2)如图，若 P 是第四象限内抛物线上一动点，过点 P 作 $PC\perp AB$ 于点 C，求 PC 长度的最大值；

(3)已知 $M(-6,3)$，$N(0,3)$，线段 MN 以每秒 1 个单位长度的速度向右平移，同时抛物线以每秒 1 个单位长度的速度向上平移，t 秒后，若抛物线与线段 MN 有两个交点，求 t 的取值范围.



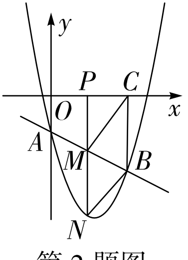
第 1 题图

2. 如图,在平面直角坐标系中,抛物线 $y=ax^2-\frac{17}{4}x+c$ 与 y 轴交于点 A,$(1,-4)$,$(4,2)$是抛物线上的两点.

(1)求抛物线的函数解析式;

(2)过点 A 的直线与抛物线交于另一点 B,过点 B 作 $BC\perp x$ 轴,垂足为点 $C(3,0)$,动点 P 在线段 OC 上,从原点 O 出发以每秒 1 个单位的速度向点 C 移动,过点 P 作 $PN\perp x$ 轴,交直线 AB 于点 M,交抛物线于点 N,设点 P 移动的时间为 t 秒,MN 的长为 s 个单位,求 MN 的长取最大值时,t 的值;

(3)在(2)的条件下(不考虑点 P 与点 O,C 重合的情况),连接 CM,BN,是否存在某一时刻使得四边形 $BCMN$ 为菱形?若存在,请求出 t 的值,若不存在,请说明理由.



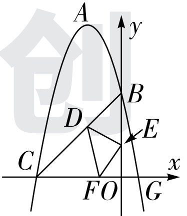
第 2 题图

3. 如图,在平面直角坐标系中,抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 的顶点为 $A(-2,9)$,与 y 轴交点为 $B(0,5)$,与 x 轴的交点坐标为 $C(x_1,0)$,$G(x_2,0)$($x_1<x_2$);.

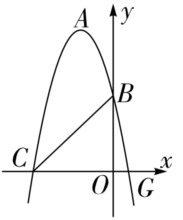
(1)求抛物线的函数表达式;

(2)如图,已知点 $D(-2,3)$,点 E 从点 O 出发沿 OB 方向匀速运动,速度为每秒 2 个单位长度;同时点 F 从点 O 出发沿 OC 方向匀速运动,速度为每秒 1 个单位长度.当一个点停止运动另一个点也停止运动,设运动时间为 t 秒($0<t<\frac{5}{2}$),$\triangle DEF$ 的面积为 S,当 t 为何值时,S 最大,并求出最大值;

(3)将原抛物线沿 x 轴向右平移 3 个单位得到新抛物线,点 M 为新抛物线对称轴上一点,在新抛物线上确定一点 N,是否存在以 B,C,M,N 为顶点的四边形是平行四边形?若存在,求出所有满足条件的点 N 的坐标,若不存在,请说明理由.



第 3 题图



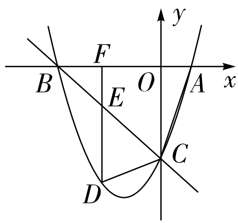
备用图

4. 如图,已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 $A(1,0)$、B 两点,与 y 轴交于点 $C(0,-3)$. 点 D 是第三象限内抛物线上的一个动点(不与点 B,C 重合),过点 D 作 $DF\perp x$ 轴于点 F,交直线 BC 于点 E,连接 AC,CD.

(1)求抛物线的函数表达式;

(2)当 $CD/\!/x$ 轴时,将△AOC 沿 x 轴的负方向以每秒 1 个单位的速度运动,得到△$A'O'C'$,当点 O'与点 F 重合时停止运动. 设运动时间为 t 秒,在运动过程中△$A'O'C'$与四边形 $CDFO$ 重叠部分的面积为 S,求 S 关于 t 的函数关系式,并写出自变量 t 的取值范围;

(3)点 D 在运动过程中,是否存在点 D 使得以点 C,D,E 为顶点的三角形是等腰三角形,若存在,请直接写出点 D 的坐标;若不存在,请说明理由.



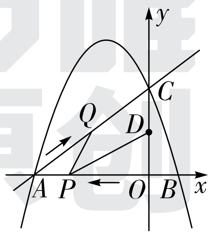
第 4 题图

5. 如图,在平面直角坐标系中,抛物线 $y=-\frac{3}{8}x^2-bx+c$ 与 x 轴交于 $A(-8,0)$,$B(2,0)$两点,与 y 轴交于点 C.

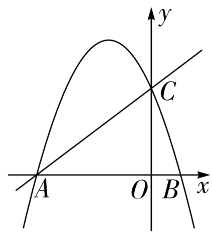
(1)求抛物线的函数解析式;

(2)如图,连接 AC,设点 P 从点 O 出发以 1 个单位长度/秒的速度向终点 A 运动,同时点 Q 从点 A 出发以$\frac{5}{4}$个单位长度/秒的速度向终点 C 运动,运动时间为 t 秒,D 为 y 轴上一点,且纵坐标为 3,连接 PD,当 PD 恰好平分$\angle OPQ$ 时,求 t 的值.

(3)将原抛物线沿水平方向向右平移 2 个单位长度,得到新抛物线,在新抛物线的对称轴上是否存在点 E,使得以 A,C,E 为顶点的三角形为直角三角形?若存在,请直接写出点 E 的坐标;若不存在,请说明理由.



第 5 题图



备用图

新增题型　动态几何函数综合题

类型一　动态几何函数性质探究题

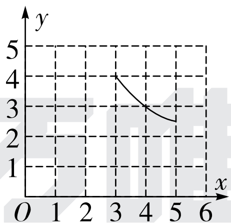
1. 解：(1)$\because S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}BP\cdot AH=\frac{1}{2}AB\cdot BC$,

$\therefore xy=12$,即 $y=\frac{12}{x}$.

当点 P 在 C 点时,$x=3$,当点 P 在 D 点时,$x=5$,

$\therefore 3\leqslant x\leqslant 5$.

画出 y 关于 x 的函数图象如解图①;



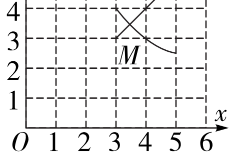
第 1 题解图①

(2)$2CE=PB=x$,如解图②,作 $y=x$ 与 $y=\frac{12}{x}$交于点 M,

令 $x=\frac{12}{x}$,则 $x=2\sqrt{3}$(负值已舍去),

即点 M 的横坐标为 $2\sqrt{3}$,

$\therefore$ 当 $AH>2CE$ 时,$3\leqslant x<2\sqrt{3}$.



第 1 题解图②

2. **解:**(1)由题意知点 E 的运动路程为 $2t$,

点 E 从 A 到 D 时,即 $0\leqslant t\leqslant 2$,$DE=AD-AE=4-2t$,即 $y_1=4-2t$;

点 E 从点 D 返回点 A 时,即 $2<t\leqslant 4$,$DE=2t-4$,即 $y_1=2t-4$;

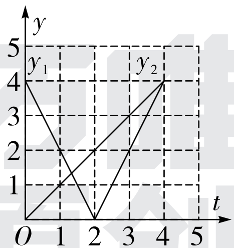
$\therefore y_1=\begin{cases}4-2t(0\leqslant t\leqslant 2)\\2t-4(2<t\leqslant 4)\end{cases}$,

$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle AFG$ 中,$\angle FAG=45°$,

$\therefore FG=AG=t$,

$\therefore y_2=t(0\leqslant t\leqslant 4)$.

$\therefore y_1,y_2$ 与 t 的函数图象如解图所示;



第 2 题解图②

(2)$\because\ \angle DAB=\angle FGA=90°$,

$\therefore FG/\!/AD$,即 $FG/\!/DE$,

若四边形 $DEGF$ 是平行四边形,则 $DE=FG$,

由图象可知,y_1 和 y_2 相交时,$y_1=y_2$,即 $DE=FG$.

当 $0\leqslant t\leqslant 2$ 时,$4-2t=t$,

解得 $t=\dfrac{4}{3}$;

当 $2<t\leqslant 4$ 时,$2t-4=t$,

解得 $t=4$;

综上所述,当 $t=\dfrac{4}{3}$ 或 $t=4$ 时,四边形 $DEGF$ 是平行四边形.

3. **解**:(1)由题可得当 $0<x\leqslant 2$ 时,$AP=2x$,$BQ=x$,

$\therefore$ $\triangle APQ$ 的面积为 $\frac{1}{2}AP\cdot BQ=x^2$,

则 $y_1=x^2$

当 $2<x\leqslant 3.5$ 时,点 P 运动至 BC 边上,

$\therefore BP=2x-4$,

$\because BQ=x$,

$\therefore PQ=BQ-BP=x-(2x-4)=-x+4$,

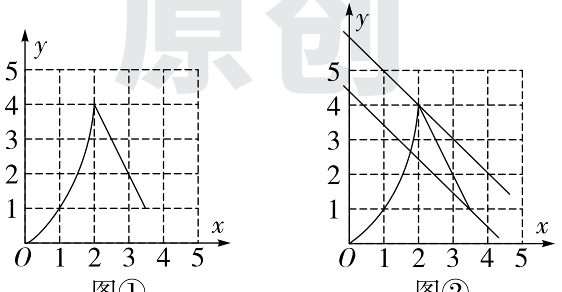
$\therefore$ $\triangle APQ$ 的面积为 $\frac{1}{2}PQ\cdot AB=-2x+8$,

则 $y_1=-2x+8$.

综上所述,$y_1=\begin{cases}x^2(0<x\leqslant 2)\\-2x+8(2<x\leqslant 3.5)\end{cases}$;

(2)画出 y_1 的函数图象如解图①所示,

y_1 的最大值为 4;(答案不唯一,合理即可)



图①　图②

第 3 题解图

(3)如解图②,当 $y_2=-x+n$ 过点$(2,4)$时,解得 $n=6$,

由(1)知,当 $2<x\leqslant 3.5$ 时,$y_1=-2x+8$,将 $x=3.5$ 代入,得 $y=1$,

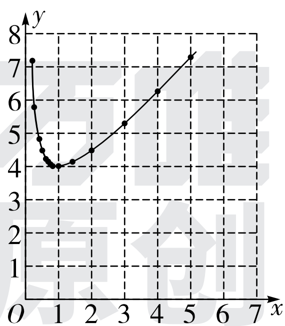
当 $y_2=-x+n$ 过点$(3.5,1)$时,解得 $n=4.5$,

$\therefore$ 若 y_1 与 x 的函数图象与直线 $y_2=-x+n$ 有两个交点，则 n 的取值范围为 $4.5\leqslant n<6$.

4. **解**：(1) $x+\dfrac{1}{x}+2(x>0)$；

【解法提示】$\because AC-AB=1, AB=x, \therefore AC=x+1, \because \angle BAC=\angle CAD, \angle ABC=\angle ACD=90°, \therefore \triangle ABC\backsim\triangle ACD, \therefore \dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AD}{AC}, \therefore \dfrac{x+1}{x}=\dfrac{y}{x+1}, \therefore y=x+\dfrac{1}{x}+2(x>0)$；

(2) 画出函数图象如解图所示；



第 4 题解图

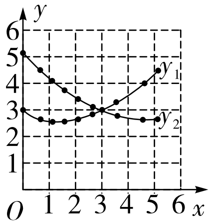
(3) ①当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大(答案不唯一，合理即可)；

②4.8(允许合理的误差存在).

5. **解**：(1) 3；

【解法提示】$\because \triangle ABC$ 为等边三角形，$\therefore \angle ABC=\angle ACB=60°, AB=BC=CA=6. \because PB=3, \therefore$ 点 P 为 BC 边的中点，$\therefore AP\perp BC, \because$ 点 D, E 分别为 AB, AC 边的中点，$\therefore PD=PE=\dfrac{1}{2}AB=3$.

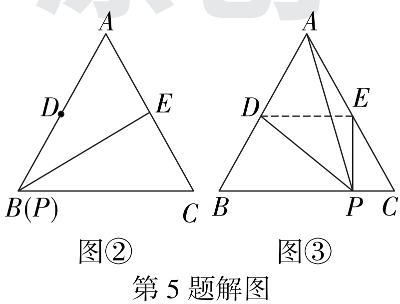
(2)画出函数图象如解图①所示;



第 5 题解图①

(3)当$\triangle PEC$为直角三角形时,线段PD的长度为 3 或$\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

【解法提示】$\triangle PEC$为直角三角形时,可分两种情况进行讨论,①如解图②,当$\angle PEC=90°$时,点P与点B重合,由题可知$PD=3$;如解图③,当$\angle EPC=90°$时,$PE=CE\cdot\sin C=\frac{3\sqrt{3}}{2}$,连接$DE$,则$DE=3$,且$DE\parallel BC$,$\therefore DE\perp PE$,由勾股定理的$PD=\sqrt{DE^2+PE^2}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$.



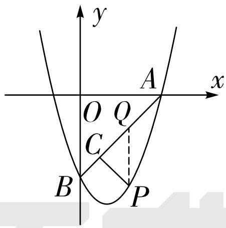
第 5 题解图

类型二　动态几何二次函数综合题

1. 解：(1)根据题意可得$\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=1\\4a-2b-3=5\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}$，

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$；

(2)如解图，过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴交 AB 于点 Q，则 $PQ/\!/OB$，$\angle CQP=\angle OBA$，



第 1 题解图

$\because$ 抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$，

$\therefore A(3,0),B(0,-3)$，

$\therefore OA=3,OB=3$，

$\therefore \angle CQP=\angle OBA=\angle OAB=45°$，

$\therefore PC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}PQ$，

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$，

$\therefore \begin{cases}3k+b=0\\b=-3\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=1\\b=-3\end{cases}$，

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=x-3$，

设 $P(m,m^2-2m-3)$，

$\therefore Q(m,m-3)$，

$\therefore PQ=m-3-(m^2-2m-3)=-m^2+3m$，

$\therefore PC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}PQ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(-m^2+3m)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}(m-\dfrac{3}{2})^2+\dfrac{9\sqrt{2}}{8}$.

$\because -\dfrac{\sqrt{2}}{2}<0$,

$\therefore$ 当 $m=\dfrac{3}{2}$时,PC 长度取最大值,最大值为$\dfrac{9\sqrt{2}}{8}$;

(3)t 秒后,$M'(t-6,3)$,$N'(t,3)$,抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3+t$,

若抛物线与线段 $M'N'$有两个交点,则点 N'在抛物线上(或右侧),且点 M'在抛物线上(或左侧),

当点 N'恰好在抛物线上时,则 $3=t^2-2t-3+t$,

$\therefore t^2-t-6=0$,

解得 $t_1=3$,$t_2=-2$(舍去),

当点 M'恰好在抛物线上时,则 $3=(t-6)^2-2(t-6)-3+t$,

解得 $t=6$ 或 7(舍去),

$\therefore t$ 的取值范围为 $3\leqslant t\leqslant 6$.

2. 解:(1)将$(1,-4)$,$(4,2)$代入 $y=ax^2-\dfrac{17}{4}x+c$ 中,

得$\begin{cases}-4=a-\dfrac{17}{4}+c\\2=16a-17+c\end{cases}$,解得$\begin{cases}a=\dfrac{5}{4}\\c=-1\end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线的函数解析式为 $y=\dfrac{5}{4}x^2-\dfrac{17}{4}x-1$;

(2)由(1)得,抛物线的函数解析式为 $y=\dfrac{5}{4}x^2-\dfrac{17}{4}x-1$.

$\because$ 当 $x=0$ 时,$y=-1$,

$\therefore A(0,-1)$.

当 $x=3$ 时,$y=\dfrac{5}{4}\times3^2-\dfrac{17}{4}\times3-1=-\dfrac{5}{2}$,

$\therefore B\left(3,-\dfrac{5}{2}\right)$,

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$,

则$\begin{cases}3k+b=-\dfrac{5}{2}\\b=-1\end{cases}$,解得$\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2}\\b=-1\end{cases}$,

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=-\dfrac{1}{2}x-1$.

$\because$ 动点 P 在线段 OC 上从原点出发以每秒一个单位的速度向 C 移动,点 P 移动的时间为 t 秒,

$\therefore OP=1\cdot t=t$,

$\therefore P(t,0)(0\leqslant t\leqslant3)$,

$\because$ 过点 P 作 $PN\perp x$ 轴,交直线 AB 于点 M,交抛物线于点 N,

$\therefore M(t,-\dfrac{1}{2}t-1)$,$N(t,\dfrac{5}{4}t^2-\dfrac{17}{4}t-1)$,

$\therefore s=MN=NP-MP=-\dfrac{1}{2}t-1-\dfrac{5}{4}t^2+\dfrac{17}{4}t+1=-\dfrac{5}{4}t^2+\dfrac{15}{4}t=-\dfrac{5}{4}(t-\dfrac{3}{2})^2+\dfrac{45}{16}(0\leqslant t\leqslant3)$,

$\therefore$ 当 MN 取得最大值时,$t=\dfrac{3}{2}$;

(3)由题意可知,当 $MN=BC$ 时,四边形 $BCMN$ 为平行四边形,

此时,有 $-\dfrac{5}{4}t^2+\dfrac{15}{4}t=\dfrac{5}{2}$,解得 $t_1=1$,$t_2=2$,

$\therefore$ 当 $t=1$ 或 2 时,四边形 $BCMN$ 为平行四边形.

①当 $t=1$ 时,$MP=|-\dfrac{1}{2}-1|=\dfrac{3}{2}$,

在 Rt$\triangle MPC$ 中,$MC=\sqrt{MP^2+PC^2}=\sqrt{(\dfrac{3}{2})^2+(3-1)^2}=\dfrac{5}{2}$,

$\therefore MN=MC$,

$\therefore$ 四边形 $BCMN$ 为菱形;

②当 $t=2$ 时,$MP=|-\frac{1}{2}\times2-1|=2$,

在 $\mathrm{Rt}\triangle MPC$ 中,$MC=\sqrt{MP^2+PC^2}=\sqrt{2^2+(3-2)^2}=\sqrt{5}$,

$\therefore MN\neq MC$,此时四边形 $BCMN$ 不是菱形.

综上所述,当 $t=1$ 时,四边形 $BCMN$ 为菱形.

3. 解:(1)$\because$ 抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 的顶点为 $A(-2,9)$,

$\therefore h=-2,k=9$,

$\therefore y=a(x+2)^2+9$,

把 $B(0,5)$ 代入 $y=a(x+2)^2+9$ 得,$4a+9=5$,解得 $a=-1$,

$\therefore$ 此抛物线的函数表达式为 $y=-(x+2)^2+9=-x^2-4x+5$;

(2)由(1)知,抛物线的函数表达式为 $y=-x^2-4x+5$,

当 $y=0$ 时,由 $-x^2-4x+5=0$ 得,$x_1=-5,x_2=1$,

$\therefore C(-5,0),G(1,0)$.

如解图,作 $DL\perp x$ 轴于点 L,作 $DQ\perp y$ 轴于点 Q,则 $\angle CLD=\angle DQB=90^\circ$,

易得点 $D(-2,3)$ 在线段 BC 上,

$\therefore \angle LDC=\angle LCD=45^\circ$,

$\therefore LD=LC$,

$\because DQ=OL=2,OC=5$,

$\therefore DL=CL=3$,

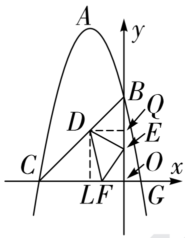
由 $S_{\triangle DEF}=S_{\triangle OBC}-S_{\triangle OEF}-S_{\triangle DBE}-S_{\triangle DCF}$ 得,

$S=\frac{1}{2}\times5\times5-\frac{1}{2}t\times2t-\frac{1}{2}\times2(5-2t)-\frac{1}{2}\times3(5-t)$,即 $S=-t^2+\frac{7}{2}t$,

$\because S=-t^2+\frac{7}{2}t=-(t-\frac{7}{4})^2+\frac{49}{16}$，且$-1<0$，$0<\frac{7}{4}<\frac{5}{2}$，

$\therefore$ 当 $t=\frac{7}{4}$时，$S_{最大}=\frac{49}{16}$，

$\therefore$ 当 $t=\frac{7}{4}$时，S 的值最大，最大值是$\frac{49}{16}$；



第 3 题解图①

(3)将抛物线 $y=-x^2-4x+5$ 沿 x 轴向右平移 3 个单位，

得新抛物线的函数表达式为 $y=-x^2+2x+8$，

新抛物线的对称轴为直线 $x=1$.

设 $M(1,m)$，$N(n,-n^2+2n+8)$，

$C(-5,0)$，$B(0,5)$，

当以 B，C，M，N 为顶点的四边形是平行四边形时，分以下三种情况：

①CB 为平行四边形的对角线，

则 CB 的中点与 MN 的中点重合，

即$\frac{-5+0}{2}=\frac{1+n}{2}$，

解得 $n=-6$，

将 $n=-6$ 代入$-n^2+2n+8$，

得点 N 的坐标为$(-6,-40)$；

②当 CM 为平行四边形的对角线，

则 CM 的中点与 BN 的中点重合，

即$\dfrac{-5+1}{2}=\dfrac{0+n}{2}$,

解得 $n=-4$,

将 $n=-4$ 代入$-n^2+2n+8$,

得点 N 的坐标为$(-4,-16)$;

③当 CN 为平行四边形的对角线,

则 CN 的中点与 BM 的中点重合,

即$\dfrac{-5+n}{2}=\dfrac{0+1}{2}$,

解得 $n=6$,

将 $n=6$ 代入$-n^2+2n+8$,

得点 N 的坐标为为$(6,-16)$.

$\therefore$ 符合条件的点 N 的坐标为$(-6,-40)$或$(-4,-16)$或$(6,-16)$.

4. 解:(1)$\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 过 $A(1,0)$,$C(0,-3)$两点,

$\therefore \begin{cases}1+b+c=0\\c=-3\end{cases}$,解得$\begin{cases}b=2\\c=-3\end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线的函数表达式为 $y=x^2+2x-3$;

(2)当 $CD/\!/x$ 轴时,$y_D=y_C=-3$,

令 $y=x^2+2x-3=-3$,解得 $x=0$ 或 $x=-2$.

$\therefore$ 当 $CD/\!/x$ 轴时,$D(-2,-3)$.

如解图①,当 $0\leqslant t<1$ 时,设 $A'C'$交 y 轴于点 G.

$\because A(1,0)$,$C(0,-3)$,

$\therefore OA=1$,$OC=3$.

由平移可知,$AA'=t$,$\angle CAO=\angle GA'O$,$\angle COA=\angle GOA'$.

$\therefore OA'=1-t$,$\triangle CAO\backsim\triangle GA'O$.

$\therefore \dfrac{OA'}{OA}=\dfrac{OG}{OC}$,即$\dfrac{1-t}{1}=\dfrac{OG}{3}$.

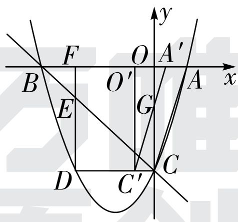
$\therefore OG=3(1-t)$.

$\therefore S=S_{\triangle O'A'C'}-S_{\triangle OA'G}=S_{\triangle OAC}-S_{\triangle OA'G}=\frac{1}{2}\times1\times3-\frac{1}{2}\cdot(1-t)\cdot3(1-t)=-\frac{3}{2}t^2+3t.$

当 $1\leqslant t\leqslant2$ 时,

$S=S_{\triangle OAC}=\frac{1}{2}\times1\times3=\frac{3}{2}.$

综上所述, $S=\begin{cases}-\frac{3}{2}t^2+3t(0\leqslant t<1),\\ \frac{3}{2}(1\leqslant t\leqslant2);\end{cases}$

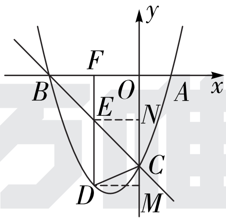


第 4 题解图①

(3)存在,点 D 的坐标为$(-2,-3)$或$(-1,-4)$或$(-3+\sqrt{2},-4\sqrt{2}+2)$.

【解法提示】在 $y=x^2+2x-3$ 中,令 $y=0$,解得 $x=-3$ 或 1, $\therefore B(-3,0)$, $C(0,-3)$, $\therefore OB=OC=3$, $\therefore \triangle OBC$ 是等腰直角三角形. 易得直线 BC 的表达式为 $y=-x-3$. $\because DF\perp x$ 轴, $\therefore DF/\!/OC$, $\therefore \angle DEC=\angle BEF=45°$. ①当 $DE=DC$ 时, $\angle DEC=\angle DCE=45°$, $\therefore \angle EDC=90°$;设点 D 的横坐标为 m, $\therefore D(m,m^2+2m-3)$, $E(m,-m-3)$, $C(0,-3)$. 如解图②,过点 D 作 $DM\perp y$ 轴于点 M,过点 E 作 $EN\perp y$ 轴于点 N,在 $\mathrm{Rt}\triangle CNE$ 中, $CE^2=CN^2+EN^2=(-m-3+3)^2+(-m)^2=2m^2$. 同理可得, $DC^2=m^4+4m^3+5m^2$, $DE^2=m^4+6m^3+9m^2$; $\therefore m^4+4m^3+5m^2=m^4+6m^3+9m^2$. 解得 $m=-2$,

$\therefore D_1(-2,-3)$；②当 $DC=EC$ 时，$DC^2=EC^2$，即 $m^4+4m^3+5m^2=2m^2$，$\therefore m^4+4m^3+3m^2=0$，$\therefore m^2(m^2+4m+3)=0$，$\therefore m^2+4m+3=0$ 或 $m^2=0$，解得 $m=-1$ 或 $m=-3$（舍去）或 $m=0$（舍去）. $\therefore D_2(-1,-4)$；③当 $EC=ED$ 时，$EC^2=ED^2$，即 $2m^2=m^4+6m^3+9m^2$，$\therefore m^4+6m^3+7m^2=0$，$\therefore m^2(m^2+6m+7)=0$，$\therefore m^2+6m+7=0$ 或 $m^2=0$，解得 $m=-3+\sqrt{2}$ 或 $m=-3-\sqrt{2}$（舍去）或 $m=0$（舍去）. $\therefore D_3(-3+\sqrt{2},-4\sqrt{2}+2)$. 综上所述，存在点 D 的坐标为 $(-2,-3)$ 或 $(-1,-4)$ 或 $(-3+\sqrt{2},-4\sqrt{2}+2)$，使得以点 C,D,E 为顶点的三角形是等腰三角形.



第 4 题解图②

5. 解：(1)将 $(-8,0)$，$(2,0)$ 代入 $y=-\frac{3}{8}x^2-bx+c$ 中，

得 $\begin{cases}8b+c=24\\-2b+c=\frac{3}{2}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}b=\frac{9}{4}\\c=6\end{cases}$，

$\therefore$ 抛物线的函数解析式为 $y=-\frac{3}{8}x^2-\frac{9}{4}x+6$；

(2)由(1)可知 $C(0,6)$，

$\because A(-8,0)$，

设直线 AC 的函数表达式为 $y=kx+b(k\neq0)$，

则 $\begin{cases}b=6\\-8k+b=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=\frac{3}{4}\\b=6\end{cases}$，

$\therefore$ 直线 AC 的函数表达式为 $y=\frac{3}{4}x+6$；

由题意知 $OD=3$，

如解图，过点 D 作 $DH\perp PQ$ 于点 H，过点 C 作 y 轴的垂线交 PQ 于点 G，连接 DG，

$\because PD$ 平分 $\angle OPQ$，$OD\perp OP$，$DH\perp PQ$，

$\therefore OD=DH=CD=3$，$PH=PO=t$，$\angle HDP=\angle ODP$，$\angle DHG=\angle DCG=90°$，

$\because GD=GD$，$\therefore \triangle DGH\cong\triangle DGC$，$\therefore \angle GDC=\angle GDH$，

$\because \angle HDP=\angle ODP$，$\therefore \angle GDC+\angle PDO=90°$，

又 $\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle PDO$ 中，$\angle PDO+\angle DPO=90°$，$\angle POD=90°$，

$\therefore \angle DPO=\angle GDC$，$\angle POD=\angle DCG$，

$\therefore \triangle POD\backsim\triangle DCG$，$\therefore \frac{CG}{OD}=\frac{CD}{OP}$，即 $\frac{CG}{3}=\frac{3}{t}$，

$\therefore CG=\frac{9}{t}$，$\therefore G(-\frac{9}{t},6)$，

$\because AQ=\frac{5}{4}t$，$AC=\sqrt{AO^2+CO^2}=10$，

$\therefore y_Q=AQ\cdot\sin\angle OAC=\frac{5}{4}t\cdot\frac{OC}{AC}=\frac{5}{4}t\cdot\frac{6}{10}=\frac{3}{4}t$，

$\because$ 点 Q 在直线 AC 上，且直线 AC 的函数表达式为 $y=\frac{3}{4}x+6$，

$\therefore Q(-8+t,\frac{3}{4}t)$，

$\because P(-t,0)$，

设直线 PQ 的表达式为 $y=mx+n(m\neq0)$，

则$\begin{cases}(-8+t)m+n=\dfrac{3}{4}t\\-tm+n=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=\dfrac{3t}{8t-32}\\n=\dfrac{3t^2}{8t-32}\end{cases}$，

∴ 直线 PQ 的表达式为 $y=\dfrac{3t}{8t-32}x+\dfrac{3t^2}{8t-32}$，

∵ 点 G 在直线 PQ 上，

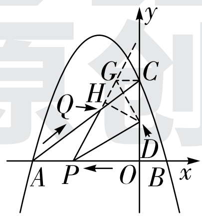
把 $G(-\dfrac{9}{t},6)$ 代入直线 PQ 的表达式，

得$\dfrac{3t}{8t-32}\cdot(-\dfrac{9}{t})+\dfrac{3t^2}{8t-32}=6$，

解得 $t=11$ 或 $t=5$，

∵ 点 P 运动到点 A，点 Q 运动到点 C 停止，

∴ $0\leqslant t\leqslant 8$，∴ $t=5$，∴ 当 PD 恰好平分 $\angle OPQ$ 时，t 的值为 5.



第 5 题解图

(3) 存在，点 E 的坐标为 $(-1,-1)$ 或 $(-1,7)$ 或 $(-1,\dfrac{22}{3})$ 或 $(-1,\dfrac{28}{3})$.

【解法提示】将抛物线 $y=-\dfrac{3}{8}x^2-\dfrac{9}{4}x+6$ 沿水平方向向右平移 2 个单位长度，得新抛物线为 $y=-\dfrac{3}{8}x^2-\dfrac{3}{4}x+9$，∴

新抛物线的对称轴为直线 $x=-1$，设 $E(-1,a)$，$\because A(-8,0)$，$C(0,6)$，$\therefore AC=10$，①当 AC 为斜边时，$AC^2=AE^2+EC^2$，$\therefore 10^2=7^2+a^2+1^2+(a-6)^2$，解得 $a=-1$，或 $a=7$，$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(-1,-1)$ 或 $(-1,7)$；②当 AE 为斜边时，$AE^2=AC^2+EC^2$，$\therefore 7^2+a^2=10^2+1^2+(a-6)^2$，解得 $a=\frac{22}{3}$，$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(-1,\frac{22}{3})$；③当 EC 为斜边时，$AE^2+AC^2=EC^2$，$\therefore 7^2+a^2+10^2=1^2+(a-6)^2$，解得 $a=-\frac{28}{3}$，$\therefore E(-1,-\frac{28}{3})$，综上所述，点 E 的坐标为 $(-1,-1)$ 或 $(-1,7)$ 或 $(-1,-\frac{22}{3})$ 或 $(-1,-\frac{28}{3})$.