更多新考法试题·数学

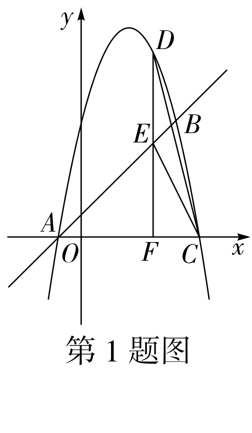
题型一　二次函数综合题

1. 如图,抛物线 $y=ax^2+bx+5(a\neq 0)$ 经过 $A(-1,0)$,$B(4,5)$ 两点,与 x 轴的另一交点为 C,点 D 为直线 AB 上方抛物线上一动点,过点 D 作 $DF\perp x$ 轴于点 F,交直线 AB 于点 E,连接 CD,CE.

(1)求抛物线的表达式;

(2)当 $S_{\triangle CDE}=2S_{\triangle CEF}$ 时,求 DE 的长;

(3)点 G 是 y 轴上一点,且四边形 $CEGF$ 是平行四边形,点 P,Q 是 x 轴上的两个动点(点 P 在点 Q 的左侧),且满足 $PQ=GE$,若点 M 的坐标为 $(\frac{13}{2},\frac{9}{2})$,求 $GP+MQ$ 的最小值.



第 1 题图

2. 已知抛物线 $y=x^2+bx+b^2$(b 为常数).

(1)若抛物线经过点(0,1),对称轴在 y 轴的左侧,求此抛物线的表达式;

(2)若 $b\leqslant x\leqslant b+3$,当抛物线的最小值为 21 时,求 b 的值;

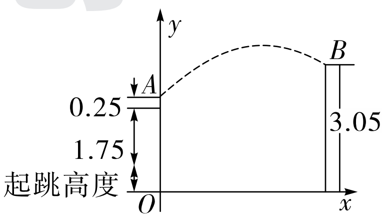
(3)当 $b=1$,$0\leqslant x\leqslant 1$ 时,总有 $2x^2+4x+m\geqslant x^2+bx+b^2$,求实数 m 的最小值.

3. 如图是身高为 1. 75 m 的小明在距篮筐 4 m 处跳起投篮的路线示意图,篮球运行轨迹可近似看作抛物线的一部分,球在小明头顶上方 0. 25 m 的 A 处出手,在距离篮筐水平距离为 1. 5 m 处达到最大高度 3. 5 m,然后准确落入篮筐 B 内. 以小明起跳点 O 为原点,建立如图所示的平面直角坐标系.

(1)求篮球运行轨迹所在抛物线的表达式;

(2)当小明按照如图方式投篮出手时,小刚在小明与篮筐之间跳起防守,已知小刚最高能摸到 2. 7 m,则小刚与小明的距离在什么范围内才能在空中截住篮球?

(3)当小明不起跳直接投篮时(且球仍在头顶上方 0. 25 m 处出手),篮球运动的抛物线形状与跳起投篮时相同,若他想投中篮筐,则应该向前走多远?(投篮时,球从下方穿过篮筐无效)



第 3 题图

题型二　几何图形综合题

4. 综合与实践

阅读材料：

小明很喜欢探究数学问题，一天老师给了他这样一个几何问题：

如图①，$\triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$ 均为等腰直角三角形，$AC=BC$，$EC=DC$.

问：当点 A 在线段 DE 上时，线段 AE，AD，AC 之间存在什么样的数量关系？

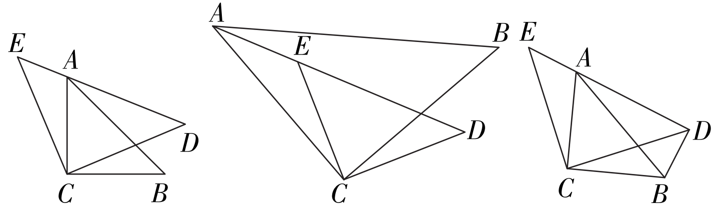
探究发现：

(1) 小明通过探究发现：连接 BD，根据已知条件，可以证明 $\triangle AEC\cong\triangle BDC$，从而得出 $AD^2+AE^2=2AC^2$. 请根据小明的思路，写出完整的证明过程；

拓展迁移：

(2) 如图②，当点 A 在线段 DE 的延长线上时，且 $CA=CB=3\sqrt{2}$，$CE=CD=2\sqrt{2}$，求线段 AE 的长；

(3) 如图③，当点 A 在线段 DE 上运动时(不与点 D，E 重合)，若 $CE=CD=2\sqrt{2}$，请求出 $\triangle ABD$ 面积的最大值.



图①　　图②　　图③

第 4 题图

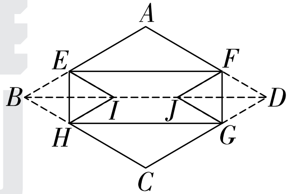
5. **综合与实践**

问题情境：

在数学活动课上，老师带领学生玩折纸游戏：如图，在菱形纸片 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在边 AB，AD 上，$BE=DF$，先将菱形纸片 $ABCD$ 沿 BD 所在直线对折，得到折痕 BD 后展开，再分别过点 E，F 折叠，使点 B 和点 D 分别落在 BD 上的点 I 和点 J 处，折痕分别交 BC，CD 于 H，G 两点，连接 EF，GH.

猜想证明：

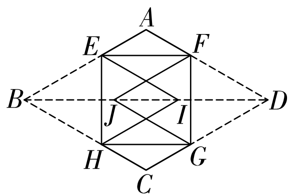
(1) 在图①中，证明：四边形 $EFGH$ 为矩形；



第 5 题图①

深入探究：

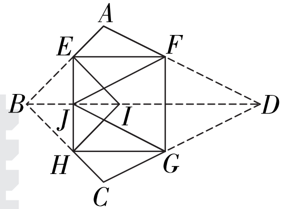
(2) 如图②，当四边形 $EFGH$ 恰好为正方形时，若 $AB=4$，$\angle BAD=120°$，求此时正方形 $EFGH$ 的面积；



第 5 题图②

拓展延伸:

(3) 如图③,改变菱形纸片的形状,在四边形 $ABCD$ 中, $AB=BC=5\sqrt{2}$, $AD=DC=5\sqrt{5}$, $BD=15$,点 E,F 分别在 AB,AD 上,将四边形 $ABCD$ 分别过点 E,F 折叠,使点 B 和点 D 分别落在 BD 上的点 I 和点 J 处,折痕分别交 BC,CD 于 H,G 两点,连接 EF,GH,当四边形 $EFGH$ 恰好为正方形时,请你求出线段 IJ 的长.



第 5 题图③

6. 综合与实践

问题情境：

如图①，在矩形 $ABCD$ 中，AI 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 I，点 E 是边 AB 上一点(不与点 A 重合)，点 F 为线段 AI 上一点(不与点 A 重合)，将 $\angle AFE$ 绕点 F 顺时针旋转 $90°$ 得到 $\angle HFG$，两边分别交直线 AD 于点 H，G.

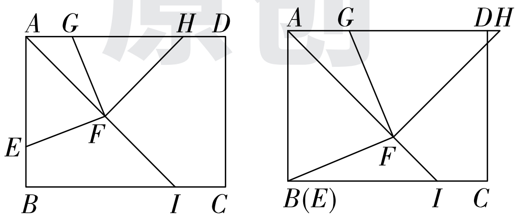
独立思考：

(1)试判断线段 AE 与 HG 的数量关系，并说明理由；

(2)如图③，当点 E 与点 B 重合，且 $AF=AE$ 时，求证：$\triangle AGF \cong \triangle IFE$；

探索发现：

(3)当 $\angle AGF=\angle AFG$ 时，请求出 $\dfrac{AE}{AF}$ 的值.



图①　　图②

第 6 题图