

1. 解：(1) 0.90, 0.90;

【解法提示】∵在这批种子的发芽率中，0.90 出现了 3 次，出现次数最多，∴众数为 0.90，即 $a=0.90$ ；将这批种子的发芽率按从小到大的顺序排列，排在最中间的两个数分别是 0.90 和 0.90，∴中位数为 $\frac{0.90+0.90}{2}$
 $=0.90$ ，即 $b=0.90$.

(2) 分析数据可知，这批种子发芽率的平均数为 0.90，

∴ $3000 \times 0.90 = 2700$ (颗)，

答：估计 3000 颗这样的种子中发芽的会有 2700 颗；

(3) 批种子的发芽率受光照影响较大；在多次浇水的条件下，种子的发芽率与之前种子的发芽率相差较大，说明这批种子的发芽率受水分影响较大，∴第二批种子发芽率与设想相差较大的原因可能是水浇多了；第二批种子发芽率与设想相差较大的原因可能是无光照。(任选一条原因写出即可)

万唯
原创

2. 解：(1) 如解图， $\triangle CDE$ 即为所求作的三角形；

作法一：如解图①；

作法二：如解图②；

(2) $CE=BM$. 证明如下：

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形， AD 为 BC 边上的高，

$\therefore \angle B = \angle ACB = 60^\circ$ ， $BD = CD$.

$\because \triangle CDE$ 为等边三角形，

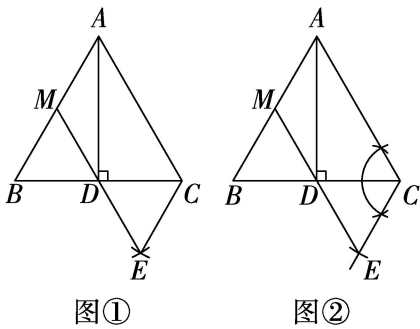
$\therefore \angle ECD = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle ECD$ ，

$\because \angle MDB = \angle EDC$ ，

$\therefore \triangle BMD \cong \triangle CED$ ，

$\therefore CE = BM$.



第 2 题解图

万唯
原创

3. (1) 证明: $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$, 即 $BC \perp AC$,

$\because OD \perp BC$,

$\therefore OD \parallel AC$.

$\because DE \perp AC$,

$\therefore DE \perp OD$.

$\because OD$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 如解图①, 连接 OC .

$\because OD \parallel AE, DE \perp AC$,

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot DE = S_{\triangle AOC},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ACD} + S_{\text{弓形} AC} = S_{\triangle AOC} + S_{\text{弓形} AC} = S_{\text{扇形} AOC}.$$

$\because OD \perp BC$,

$$\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD},$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BAD.$$

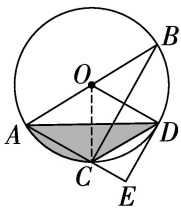
$$\because \angle BAD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ.$$

$$\because OA = OC = \frac{1}{2} AB, AB = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle AOC = 60^\circ, OA = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} AOC} = \frac{60\pi \times (2\sqrt{3})^2}{360} = 2\pi;$$



第 3 题解图①

(3) 解: 如解图②, 连接 OF 交 AD 于点 P , 过点 F 作 $FQ \perp AD$ 于点 Q ,

$$\because \angle DAF = 15^\circ, \angle BAD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = 45^\circ.$$

$$\because OA = OF = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle OAF = \angle OFA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AOF = 90^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle OAP$ 中, $OP = OA \cdot \tan 30^\circ = 2$,

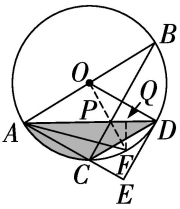
$$\therefore FP = OF - OP = 2\sqrt{3} - 2.$$

$$\because \angle FPQ = \angle APO, \angle FQP = \angle AOP,$$

$$\therefore \angle PFQ = \angle PAO = 30^\circ,$$

$$\therefore FQ = FP \cdot \cos 30^\circ = 3 - \sqrt{3},$$

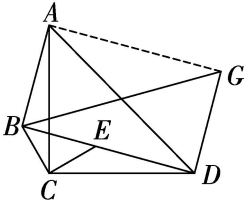
\therefore 点 F 到 AD 的距离为 $3 - \sqrt{3}$.



第 3 题解图②

万唯
原创

4. (1) 证明: 当 $\alpha = 135^\circ$ 时, 如解图①,



第 4 题解图①

$\because \triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DEC$,

$\therefore BC = CE, \angle BCE = \angle ACD = 90^\circ, \angle ABC = \angle DEC = 135^\circ$,

$\therefore \angle CEB = \angle CBE = 45^\circ$,

$\therefore \angle CEB + \angle CED = 180^\circ$,

\therefore 点 B, E, D 在一条直线上,

即 B, E, D 三点共线;

(2) 解: 如解图①, 连接 AG , 由①得 $\angle CBE = 45^\circ, \angle ABC = 135^\circ$,

$\therefore \angle ABE = 90^\circ$.

\because 线段 DE 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到 DG ,

$\therefore \angle ABE = \angle EDG = 90^\circ$,

$\therefore AB \parallel DG$.

$\because AB = DE = DG$,

\therefore 四边形 $ABDG$ 是平行四边形,

$\because \angle ABE = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $ABDG$ 是矩形,

$\therefore BG = AD$.

$\because \angle ACD = 90^\circ, AC = CD = 4$,

$\therefore AD = 4\sqrt{2}$,

$\therefore BG = 4\sqrt{2}$;

(3) 解: $\because \triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DEC$,

$\therefore \angle BCE = 90^\circ, BC = CE$.

$\because \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle CED = 90^\circ$,

$$\because \angle ABC = \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CE.$$

$$\because \angle CED = 90^\circ,$$

$\therefore DE$ 的延长线交 AB 于点 P , 此时 $PD \perp AB$, PD 取得最小值, 如解图②所示.

$$\because \angle PBC = \angle BCE = \angle CEP = \angle EPB = 90^\circ, BC = CE,$$

\therefore 四边形 $BCEP$ 为正方形.

$$\because AC = 4, AC = 2CE,$$

$$\therefore CE = 2,$$

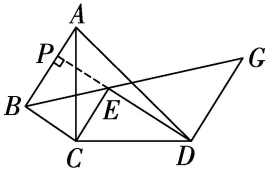
$$\therefore PE = 2.$$

$$\because CD = AC = 4,$$

$$\therefore ED = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore PD = PE + ED = 2 + 2\sqrt{3},$$

$\therefore PD$ 的最小值为 $2 + 2\sqrt{3}$.



第 4 题解图②

万唯
原创

5. 解：(1) \because 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DCA,$$

由折叠的性质可知 $\angle BAC = \angle PAC$,

$$\therefore \angle PAC = \angle DCA,$$

$$\therefore QA = QC,$$

$$\because AB = CD = 10,$$

设 $DQ = x$ ，则 $QA = QC = 10 - x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADQ$ 中，由勾股定理可得， $6^2 + x^2 = (10 - x)^2$ ，解得 $x = \frac{16}{5}$ ，

$\therefore DQ$ 的长为 $\frac{16}{5}$ ；

(2) 四边形 $BFEG$ 是菱形.

证明：由折叠的性质知 $GB = GE$ ， $BF = EF$ ， $\angle BGF = \angle EGF$.

$$\because EF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle BGF = \angle EFG,$$

$$\therefore \angle EGF = \angle EFG,$$

$$\therefore EG = EF,$$

$$\therefore GB = GE = BF = EF,$$

\therefore 四边形 $BFEG$ 是菱形；

(3) 由 (2) 知四边形 $BFEG$ 是菱形，则 $S_{\text{四边形}BFEG} = BG \cdot CE$ ，

①如解图①，当点 H 与点 A 重合时，此时点 E 离点 C 最近，且 BG 最小，则 $S_{\text{四边形}BFEG}$ 最小，

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore CD = AB = 10, BC = AD = 6, \angle C = \angle D = 90^\circ,$$

\because 点 B 与点 E 关于 GH 对称，

$$\therefore AE = AB = 10, BG = EG,$$

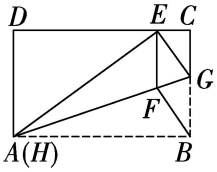
在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中， $DE = \sqrt{AE^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ ，

$$\therefore CE = CD - DE = 10 - 8 = 2,$$

在 $\text{Rt}\triangle CGE$ 中， $CE = 2$ ， $CG = 6 - BG$ ，

∴由勾股定理可得, $EG^2 = BG^2 = 2^2 + (6 - BG)^2$, 解得 $BG = \frac{10}{3}$,

$$\therefore S_{\text{四边形}BFEG} = BG \cdot CE = \frac{10}{3} \times 2 = \frac{20}{3};$$

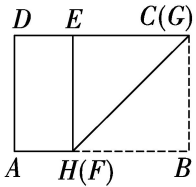


第5题解图①

②如解图②, 当点 G 与点 C 重合时, 点 E 离点 C 最远, 点 H 与点 F 重合, 且 BG 最大, 则 $S_{\text{四边形}BFEG}$ 最大, 此时四边形 $BFEG$ 为正方形, $CB = HB = 6$,

$$\therefore S_{\text{四边形}BFEG} = BC \cdot HB = 36,$$

∴四边形 $BFEG$ 面积的变化范围为 $\frac{20}{3} \leq S_{\text{四边形}BFEG} \leq 36$.



第5题解图②

万唯
原创

6. 解: (1) 当 $-x^2 - 4x - 3 = 0$ 时, 解得 $x_1 = -1$, $x_2 = -3$,

\therefore 点 A 在点 B 的左侧,

\therefore 点 $A(-3, 0)$, 点 $B(-1, 0)$,

当 $x=0$ 时, $y=-3$,

\therefore 点 $C(0, -3)$,

设直线 AC 的函数表达式为 $y=kx+b(k \neq 0)$,

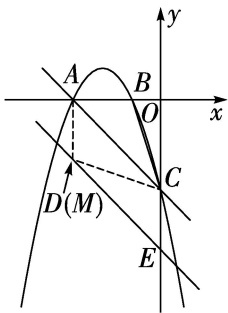
将 $A(-3, 0)$, $C(0, -3)$ 代入,

$$\text{得} \begin{cases} -3k + b = 0 \\ b = -3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = -3 \end{cases},$$

\therefore 直线 AC 的函数表达式为 $y = -x - 3$;

(2) (i) 如解图①, 连接 AD , CD ,



第 6 题解图①

$\therefore A(-3, 0)$, $C(0, -3)$,

$\therefore OA = OC = 3$, $AC = 3\sqrt{2}$,

$\therefore \angle CAO = 45^\circ$,

\therefore 点 B 关于直线 AC 的对称点为点 D ,

$\therefore AB = AD$, $\angle BAC = \angle DAC = 45^\circ$,

$\therefore \angle DAO = \angle BAC + \angle DAC = 90^\circ$,

$\therefore DA \perp AB$,

$\therefore D(-3, -2)$,

又 $\therefore AC = AC$,

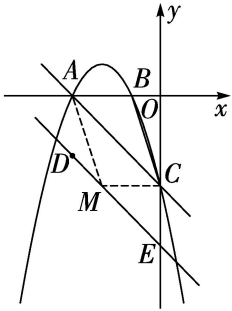
万唯
原创

$\therefore \triangle ACB \cong \triangle ACD(\text{SAS}),$

$\therefore \angle CDA = \angle CBA,$

\therefore 当点 M 与点 D 重合时, 满足 $\angle CMA = \angle ABC$, 此时 $M(-3, -2)$;

(ii) 如解图②, 过点 C 作 $CM \parallel AB$ 交 DE 于点 M , 连接 AM ,



第 6 题解图②

$\therefore \angle MCA = \angle CAB$, 点 M 的纵坐标为 -3 ,

设直线 DE 的函数表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

将 $D(-3, -2)$, $E(0, -5)$ 代入, 得
$$\begin{cases} -3k + b = -2 \\ b = -5 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} k = -1 \\ b = -5 \end{cases},$$

\therefore 直线 DE 的函数表达式为 $y = -x - 5$,

将 $y = -3$ 代入 $y = -x - 5$ 中, 解得 $x = -2$,

$\therefore M(-2, -3)$,

$\therefore MC = 2 = AB$,

\therefore 四边形 $ABCM$ 为平行四边形,

$\therefore \angle CMA = \angle ABC$,

此时 $M(-2, -3)$.

综上所述, 点 M 的坐标为 $(-3, -2)$ 或 $(-2, -3)$;

(3) 如解图③, 设 FG 交 AC 于点 I , 设点 $F(m, -m^2 - 4m - 3)$, $-3 < m < -1$, 则 $I(m, -m - 3)$, $G(m, -m - 5)$,

$\therefore FG = -m^2 - 4m - 3 - (-m - 5) = -m^2 - 3m + 2$, $GI = -m - 3 - (-m - 5) = 2$,

$\therefore \angle BAC = 45^\circ$,

$\therefore \angle GIH = \angle AIF = 45^\circ$,

$$\therefore GH = \frac{\sqrt{2}}{2} GI = \sqrt{2},$$

$\therefore FG + GH$ 最大时, 只要 FG 最大即可,

$$\therefore FG = -m^2 - 3m + 2 = -(m + \frac{3}{2})^2 + \frac{17}{4}, \quad -1 < 0, \quad -3 < m < -1,$$

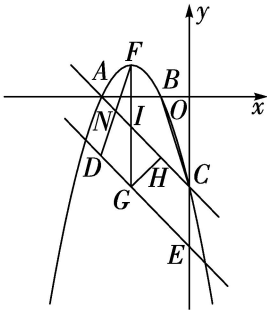
\therefore 当 $m = -\frac{3}{2}$ 时, FG 最大为 $\frac{17}{4}$,

$$\therefore \text{此时 } FI = \frac{17}{4} - 2 = \frac{9}{4},$$

\therefore 直线 $AC \parallel DE$,

$$\therefore \frac{DN}{NF} = \frac{GI}{FI} = \frac{2}{\frac{9}{4}} = \frac{8}{9},$$

$\therefore DN : NF = 8 : 9$.



第 6 题解图③

万唯
原创

7. 解: (1) \because 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 $A(4, 0)$, $B(0, -4)$,

\therefore 把 $A(4, 0)$, $B(0, -4)$ 代入,

$$\text{得} \begin{cases} 8 + 4b + c = 0 \\ c = -4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b = -1 \\ c = -4 \end{cases},$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$;

(2) 存在.

① 当点 M 与点 B 重合时, $\angle MAO = \angle BAO$,

\therefore 点 M 的坐标为 $(0, -4)$;

② 当点 M 不与点 B 重合时, 如解图, 作点 B 关于 x 轴的对称点 B' , 连接 AB' 并延长, 交抛物线于点 M , 则

$\angle MAO = \angle BAO$,

\because 点 B 的坐标为 $(0, -4)$,

\therefore 点 B' 的坐标为 $(0, 4)$,

设直线 AB' 的解析式为 $y = k_1x + d_1 (k_1 \neq 0)$,

将 $A(4, 0)$, $B'(0, 4)$ 代入,

$$\text{得} \begin{cases} 4k_1 + d_1 = 0 \\ d_1 = 4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k_1 = -1 \\ d_1 = 4 \end{cases},$$

\therefore 直线 AB' 的解析式为 $y = -x + 4$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = -x + 4 \\ y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 \end{cases}, \text{解得} x = 4 (\text{舍去}) \text{ 或 } x = -4,$$

当 $x = -4$ 时, $y = 8$,

\therefore 点 M 的坐标为 $(-4, 8)$,

综上所述, 点 M 的坐标为 $(0, -4)$ 或 $(-4, 8)$;

(3) 如解图, 过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E , 交 AB 于点 F ,

$\because A(4, 0)$, $B(0, -4)$,

$\therefore OA = OB = 4$,

$\therefore \triangle AOB$ 为等腰直角三角形,

$\therefore \angle OAB = 45^\circ$,

$\therefore \angle EFA = \angle CFD = 45^\circ$,

$$\therefore AE=FE=\frac{\sqrt{2}}{2}AF, \quad CD=DF=\frac{\sqrt{2}}{2}CF.$$

设直线 AB 的解析式为 $y=k_2x+d_2(k_2 \neq 0)$,

将 $A(4, 0)$, $B(0, -4)$ 代入,

$$\text{得} \begin{cases} 4k_2 + d_2 = 0 \\ d_2 = -4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k_2 = 1 \\ d_2 = -4 \end{cases},$$

\therefore 直线 AB 的解析式为 $y=x-4$,

设点 C 的坐标为 $(m, \frac{1}{2}m^2 - m - 4)(0 < m < 4)$, 则点 F 的坐标为 $(m, m-4)$,

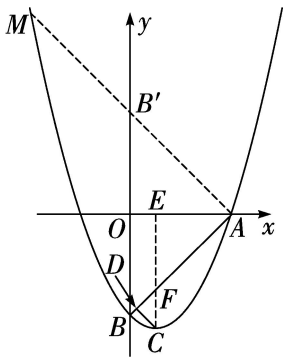
$$\therefore CF = m - 4 - (\frac{1}{2}m^2 - m - 4) = -\frac{1}{2}m^2 + 2m, \quad EF = -m + 4,$$

$$\therefore CD = DF = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-\frac{1}{2}m^2 + 2m) = -\frac{\sqrt{2}}{4}m^2 + \sqrt{2}m, \quad AF = \sqrt{2}(-m + 4) = -\sqrt{2}m + 4\sqrt{2},$$

$$\therefore CD + AD = CD + DF + AF = 2(-\frac{\sqrt{2}}{4}m^2 + \sqrt{2}m) + (-\sqrt{2}m + 4\sqrt{2}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}(m-1)^2 + \frac{9\sqrt{2}}{2}.$$

$$\therefore -\frac{\sqrt{2}}{2} < 0, \quad 0 < m < 4,$$

\therefore 当 $m=1$ 时, $CD+AD$ 取得最大值, 最大值为 $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.



第 7 题解图

万唯
原创